

ZACIELENÉ NA ARGUMENTÁCIU

MÁRIA SLAVÍČKOVÁ

ABSTRAKT. V pracovnej dielni sa pozrieme na úlohy z učebníc a vyskúšame si ich preformulovanie a ďalšiu prácu s nimi, ktorá by mohla podporiť argumentáciu v triede.

Na úvod

Štátny vzdelávací program nám určuje nielen čo naučiť, ale aj aké zručnosti žiakov rozvíjať. Naprieč celým vzdelávacím programom by sa mala objavovať argumentácia. Nielen v čase, keď preberáme tému „Logika, dôvodenie, dôkazy“. Ako uvádza [1], žiaci by mali argumentovať, komunikovať a spolupracovať v skupine pri riešení problému. Otázkou na zamyslenie na tomto mieste je, ako nám v tom pomáhajú dostupné učebnice, internetové zdroje, kolegovia, digitálne technológie.

V príspevku zameriame pozornosť na vybrané spôsoby argumentovania žiakov na druhom stupni ZŠ.

Čo o argumentácii hovoria výskumy

Argumentácia je návyk mysle, ktorý by sa mal neustále vytvárať v priebehu celej školskej matematiky [2]. O argumente hovoríme, ak vychádzajúc z dát (údajov) využívajúc legitímne kroky prichádzame k záveru, resp. tvrdeniu (voľný preklad definície podľa Toulmina [3]). Toulmin dodáva, že naše úvahy by mali byť podložené. To, že uvedieme na základe čoho si môžeme tvrdiť to či ono je jeden z najdôležitejších aspektov argumentovania v triede, keďže robí argumentovanie viditeľným a overiteľným.

Freeman [4] rozlišuje štyri módy argumentácie:

- *A priori*, keď žiak argumentuje spoliehajúc sa na svoju intuíciu
- *Empirická*, keď žiak argumentuje na základe svojej skúsenosti
- *Inštitucionálna*, keď žiak pri argumentovaní využíva definície a už osvojené pravidlá
- *Hodnotiacia*, žiak je schopný skonštruovať dôkaz tvrdenia zreťazením argumentov

Stylianides [5] identifikuje tri základné zložky dobrého argumentu:

- Je založený na myšlienkach alebo akceptovaných pravdách porozumených v triede (resp. komunite, pre nás však je komunitou trieda, v ktorej vyučujeme)
- Má formu odôvodnenia, ktoré je akceptované komunitou
- Je komunikovaný využitím primeraného jazyka pre danú vekovú skupinu (argument piataka by sa mal jazykovo líšiť od argumentu ôsmaka)

Keď sa pozrieme na vybrané kategorizácie, majú prekryv a so všetkými typmi sme sa vo svojej pedagogickej praxi stretli. My by sme však odkaz na autoritu radi eliminovali a skôr videli pokročilejšie argumentovanie u svojich žiakov.

Pri argumentovaní možno voliť rôznu formu:

- *Obrázok*, žiak načrtne obrázok pre konkrétne hodnoty, alebo využije všeobecný, resp. zovšeobecnený obrázok
- *Algebraické vyjadrenie*, žiak využije algebraické výrazy či už pre konkrétne hodnoty, alebo zovšeobecnené vzťahy
- *Využitie analógie*, žiak bude argumentovať príbuznosťou s iným problémom, ktorý už riešil

Argumentácia má viacero funkcií, ktoré vo svojich výskumoch identifikovali napr. [6,7]. Pre účely tohto článku zhrnieme a vyberieme tie, s ktorými budeme ďalej pracovať (zoznam je pôvodne dlhší).

- *Overenie*, teda argument ktorý preukazuje platnosť tvrdenia
- *Vysvetlenie*, ide o proces konštrukcie argumentu tak, aby nám pomohol lepšie (resp. hlbšie) porozumieť danému konceptu, ukážka, prečo je tvrdenia pravdivé
- *Komunikácia*, argument môže byť použitý na komunikáciu myšlienok a predstáv, tým sa stáva súčasťou vedomostí triedy, na ktorých možno ďalej budovať teórie
- *Podpora intuície*,

Nemali by sme zabúdať na žiadnu zo spomenutých úloh argumentu a systematicky na nich pracovať.

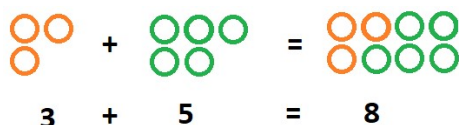
Využitie teórie v praxi

Ukážeme si niekoľko úloh z rôznych zdrojov, ktoré podporia ako komunikáciu, tak aj osvetlia niektoré ďalšie funkcie argumentu.

Ukážka 1

Zadanie úlohy: Zistíte, či súčet dvoch nepárnych čísel je vždy párne číslo.

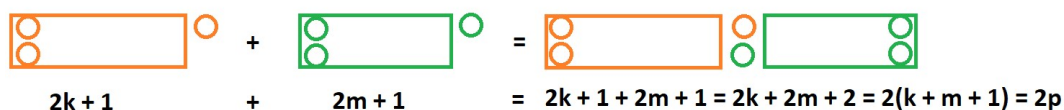
Stratégia 1: empirická. Žiak overí na niekoľkých konkrétnych hodnotách, napr. $3+7=10$, $11+5=16$, $23+13=36$, a vyhlási tvrdenie za platné



$$3 + 5 = 8$$

Obrázok 15: práca s konkrétnymi hodnotami

Stratégia 2: inštitucionálna. Žiak pracuje s abstraktným modelom na vyargumentovanie platnosti tvrdenia.



$$2k + 1 + 2m + 1 = 2k + 1 + 2m + 1 = 2k + 2m + 2 = 2(k + m + 1) = 2p$$

Obrázok 16: práca so všeobecnými hodnotami

Ako vidíme z obrázkov, stratégie sa môžu ešte členiť na grafické a algebraické. Spojením stratégií 1 a 2 (či už v jednej alebo druhej forme) získavame induktívne odvodenie, keďže žiak od konkrétnych prípadov zovšeobecňuje a overuje platnosť tvrdenia pre všetky celé čísla.

Ukážka 2

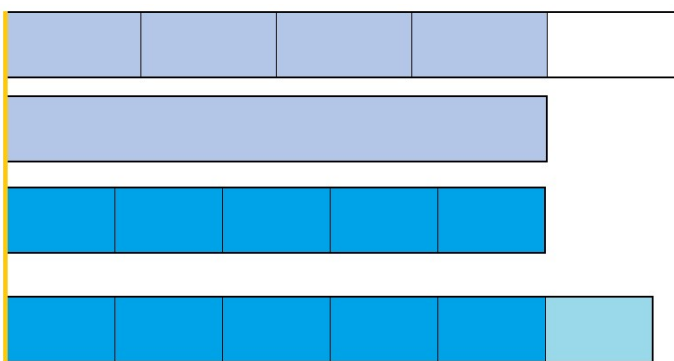
Zadanie úlohy: Ak sa cena tovaru zníži o 20 % a potom sa opäť zvýši o 20 %, v podstate sa nezmenila a budeme platiť rovnako.

Stratégia 1: empirická, nesprávna úvaha. Táto stratégia vychádza z nesprávneho chápania percenta. Žiak môže uvažovať nasledovne: Tovar stojí 100 % ceny, odpočítať a pripočítať 20 % znamená, že sa cena nezmení, $100 \% - 20 \% + 20 \% = 100 \%$

Stratégia 2: empirická, algebraická. Žiak vyskúša pre niekoľko hodnôt, napr. ak tovar stál 100 € a bol zlacnený o 20 %, bude stáť 80 €. Ak ho teraz zdražíme o 20 %, bude stáť 96 €. Záverom môže byť, že zlacnenie a zdraženie tovaru nás nedostane na pôvodnú sumu, zaplatíme menej.

Stratégia 3: inštitucionálna. Ide o zovšeobecnenie stratégie 2, keď žiak nepracuje s konkrétnymi hodnotami, ale so všeobecnými. Potom úvaha môže vyzeráť nasledovne: Ak cena tovaru je C , potom pre novú cenu, ozn. NC , bude platiť: $NC = C \cdot 0,8 \cdot 1,2 = 0,96 C$, teda nedostaneme sa na pôvodnú cenu, ale o 4% nižšiu cenu.

Stratégia 4 a 5: empirická, grafická a inštitucionálna grafická. Táto stratégia je vo svojej podstate identická so Stratégiou 2 (resp. 3). Ide o grafickú reprezentáciu zápisu s konkrétnymi hodnotami, resp. všeobecným vyjadrením. Ponúkame grafické zobrazenie pre hodnotu vo všeobecnosti (obr. 3)



Obrázok 17: Grafické riešenie a argument úlohy s percentami

Ako vidno aj z obrázku 3, prídanie 20 % k zľavnenému tovaru delí novú cenu na „menšie dieliky“, takže novovzniknutá cena nedosiahne pôvodnú.

K čomu nás to vedie

Ako vidno z ukážok, spôsobom argumentovania je niekoľko a bolo by dobré dať žiakom úlohy, ktoré podporujú rozmanitosť riešení, aby to neskízlo do memorovania sa postupov a schém, podľa ktorých by sa dalo fungovať. Nestačí nám len „odvolanie sa na autoritu“, chceli by sme bohaté, kontextovo pestré aktivity, obsahujúce skúmanie, s nutnosťou formulovania hypotéz, alebo by mali aspoň viesť ku zovšeobecneniu. V neposlednom rade by sme mali byť schopní odsledovať korektnosť úvah a vedieť (bez prezradenia výsledku) pomôcť pri oprave uvažovania.

Záver

Argumentácia je spôsob myslenia o matematike, nie zručnosť, alebo súbor činností, ktoré sa treba namemorovať [8]. Tomu by sme mali prispôbiť spôsob, akým argumentáciu podporujeme. Je dôležité sa na hodinách pýtať „Prečo?“ pri riešení úloh ako aj v rámci diskusie v triede. Je však na dohode medzi žiakmi a učiteľom, pokiaľ treba argumentovať (kedy sa túto otázku prestať pýtať, lebo sme už na pôde, kde je to každému jasné). Podpora zdieľania nápadov s celou triedou, formulovanie nových otázok, problémov, uvažovanie od konca a pod. sú dôležitou súčasťou procesu. Tak ako aj narábanie s chybou a vyargumentovanie (najlepšie spolužiakmi), prečo poskytnuté riešenie nie je správne.

PodĎakovanie:

Príspevok vznikol za podpory projektu H2020 číslo 951822, Enhancement of research excellence in mathematics teacher knowledge, acronym MaTeK (projectmatek.eu).

LITERATÚRA

- [1] Štátny pedagogický ústav: *Inovovaný štátny vzdelávací program*. ŠPÚ, 2016
- [2] Cuoco, A. P., Goldenberg, P., a Mark, J.: Organizing a Curriculum Around Mathematical Habbits of Mind. In. C. Hirsh, B. Beyes, and G. Lappan (Eds.) *Curriculum Issues and an Era of Common Core State Standards for Mathematics*, 2012, VA: NCTM
- [3] Toulmin, S. E. *The Uses of Argument*. Rev. ed. New Yourk: Cambridge University Press. 1958/2003
- [4] Freeman, J. B. Systematizing Toulmin's warrants: an epistemic approach. *Argumentation* 19(3), 2005, 331-346
- [5] Stylianides, A. *Proving in the Elementary School Classroom*. New Yourk: Oxford University Press, 2016
- [6] Hanna, G. Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21, 1990, s. 6-13
- [7] Weber, K. Students' Difficulties with Proof. MAA Research Sampler, <https://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/research-sampler-8-students-difficulties-with-proof>
- [8] Stylianou, D., a Blanton, M. *Teaching with Mathematics Argument*. Strategies for supporting everyday instruction. Heinemann Portsmouth, NH, 2018

doc. PaedDr. Mária Slavíčková, PhD.
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského v Bratislave
Mlynská dolina
SK – 842 48 Bratislava
e-mail: slavickova@fmph.uniba.sk