

AKO ŠTUDENTI UČITEĽSTVA VNÍMAJÚ ARGUMENTÁCIU A DÔKAZY

KATARÍNA JÁNOŠKOVÁ, MÁRIA SLAVÍČKOVÁ

ABSTRAKT. V príspevku predstavíme výsledky skupinových interview so študentmi 1. ročníka magisterského stupňa učiteľstva matematiky zamerané na ich predstavy od argumentácií, dôvodení a dôkazoch.

Na úvod

Argumentácia a dôkazy sú významnou súčasťou vyučovania matematiky. Viaceré svetové výskumy ukazujú, že budúci učelia matematiky nie sú pred nástupom do praxe dostatočne pripravení vo vyučovaní využívať argumentáciu a dôkazy na príslušnej kognitívnej úrovni žiakov [1]. Preto nás zaujímalo, aké majú študenti učiteľstva matematiky predstavy, postoje a názory ohľadom argumentácie a dôkazov v kontexte vyučovania matematiky.

Náš výskum je súčasťou pilotného testovania medzinárodného Horizon 2020 projektu MaTeK (akronym z Enhancement of Research Excellence in Mathematics Teacher Knowledge, <https://www.projectmatek.eu/>). Projekt patrí medzi projekty podporené Európskou úniou a zamerané na budovanie výskumnej infraštruktúry a medziuniverzitnej siete (tzv. Twinning projekt). Na budovaní spomenutej medziuniverzitnej siete sa podieľame aj prostredníctvom spoločného výskumu orientovaného na budúcich učiteľov matematiky.

Metodológia

Výskumnú vzorku tvorilo 17 študentov prvého ročníka magisterského štúdia učiteľstva matematiky v kombinácii a študenti konverzného programu. Z toho piati respondenti boli študentmi Prírodovedeckej fakulty a dvanásť študenti Fakulty matematiky, fyziky a informatiky (z nich dvaja študenti konverzného programu). Druhý aprobačný predmet študentov učiteľstva matematiky v kombinácii je uvedený v Tabuľke 1 spolu s početnosťami týchto študentov.

Na získanie dát sme zvolili metódu pološtruktúrovaných skupinových interview. Študenti sa rozdelili do 4 skupín podľa vlastných preferencií, pričom vznikli 3 skupiny so štyrmi študentmi a 1 skupina s piatimi študentmi. Každá skupina bola priradená k niektorému zo 4 výskumníkov, ktorý interview uskutočnil, nahrál (MS Teams – obraz a zvuk, mobil – zvuk pre prípad, že by v nahrávke cez MS Teams nebolo dobre rozumieť), urobil transkript a dáta okódoval.

Tabuľka 1: druhý aprobačný predmet študentov učiteľstva v kombinácii

Druhý aprobačný predmet	Počet študentov
Fyzika	7
Informatika	4
Geografia	2
Chémia	2
Biológia	1
Deskriptívna geometria	1

Interview prebehlo v paralele v 4 skupinách na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

V rámci bakalárskeho štúdia všetci respondenti absolvovali náčuvovú prax a získali matematický základ, no zatiaľ nemali predmety zamerané na didaktiku matematiky. Čo sa týka druhého aprobačného predmetu, viacerí študenti už v rámci bakalárskeho štúdia absolvovali odborové didaktické predmety. V rámci spoločného pedagogicko-psychologického základu väčšina študentov absolvovala všeobecnú didaktiku (výnimku tvoria práve konverzní študenti).

Opis výskumného nástroja

Interview obsahovalo 4 základné oblasti, ktoré sme rozvinuli do 16 otázok tak, aby sme sa každej skupiny pýtali na to isté a získané dáta vedeli zlúčiť a vyhodnotiť. V úvodnej časti interview sme chceli študentov „rozohriať“ otázkami, týkajúcimi sa ich motivácie pre štúdium učiteľstva matematiky (v kombinácii). V nadväzujúcej druhej časti sme sa preniesli do budúcnosti, kde si mali respondenti predstaviť sami seba už ako učiteľov matematiky na 2. stupni základnej školy, alebo v 1. ročníku strednej školy. Chceli sme tak zistiť ich predstavy o príprave na vyučovanie, cieľoch, priebehu vyučovania, ako aj názory na význam argumentácie vo vyučovaní. V tretej časti sme sa hlbšie zameriavali na argumentáciu a zdôvodňovanie. V štvrtej, záverečnej časti sme sa vrátili do súčasnosti a pýtali sme sa respondentov na ich vzájomnú spoluprácu a vedomosti o možnostiach vzájomnej spolupráce študentov učiteľstva ako aj učiteľov v praxi.

Spracovanie dát

Pre spracovanie a následnú analýzu dát sme používali bežný textový a tabuľkový editor, prípadne rukou písané poznámky na tzv. whiteboard (nepoužili sme žiaden iný softvér). Na analýzu dát sme využívali metódu „open coding“ – otvorené kódovanie, ako ho definuje [2]. Každý zo štyroch výskumníkov okódoval každú otázku samostatne, kódovania sme si navzájom porovnali, čím sme zabezpečili trianguláciu. Po spoločnom porovnaní a prediskutovaní kódov sme vytvorili finálne kódy spoločné pre všetky štyri transkripty. Po ďalšom preskúmaní sme kódy združili do štyroch okruhov záujmu týkajúcich sa nasledovných postojov, názorov, alebo predstáv budúcich učiteľov matematiky. Išlo o:

1. ciele vyučovania a príprava na vyučovaciu hodinu;
2. priebeh vyučovacej hodiny;
3. argumentácia, dôvodenie a dôkazy;
4. zdroje a spolupráca.

V tomto príspevku sa zameriame len na dva z nich body, a to postoje študentov, budúcich učiteľov a názory na ciele vyučovania a prípravu na vyučovaciu hodinu (bod 1) a predstavy budúcich učiteľov matematiky týkajúcich sa argumentácie, zdôvodňovania a dôkazov (bod 3).

Vyhodnotenie a diskusia

V okruhu postoje a názory budúcich učiteľov o cieľoch vyučovania a príprave sme sa zaujímali o informáciu, čo by respondenti chceli svojim vyučovaním dosiahnuť, a čo považujú za dôležité pri príprave na vyučovaciu hodinu.

Pri otázke čo by chceli (už ako učelia matematiky) dosiahnuť svojim vyučovaním (Tab. 2), sa respondenti zamerali hlavne na budovanie pozitívneho vzťahu žiakov k matematike. Chcú dosiahnuť, „*aby matematika nebola taký strašiak*“ (V1 – K4). Toto považovalo za dôležité až 12 respondentov. Podobne až 8 respondentov by chcelo dosiahnuť, aby žiaci „*vedeli, že [matematika] sa používa v každodennom živote a bez nej*

by nejak moc nič nešlo“ (V2 – A6), alebo „aby videli [žiaci] tú matematiku [...] aj v reálnom živote [že] je pre nich užitočné vedieť to, čo sa učíme.“ (V2 – B6)

Prekvapivo iba 6 respondentov uviedlo, že by chceli rozvíjať myslenie ako kompetenciu – chceli by „naučiť [žiacov] rozmyšľať, [...] používať hlavu“ (V1 – K5), aby si žiaci „osvojili to matematické zmysľovanie, [...] argumentáciu, zdôvodňovanie“ (V2 – C5).

Tabuľka 2: - Početnosti výskytu kódov pomenúvajúcich ciele vyučovania respondentov jednotlivých skupín (V1 – V4)

	V1	V2	V3	V4	Spolu
podporiť pozitívny vzťah žiakov k matematike	2	3	4	3	12
ukázať význam matematiky v reálnom živote	3	4	0	1	8
rozvíjať myslenie ako kompetenciu	3	2	0	0	5
zrozumiteľnosť matematiky na hodine	0	0	0	3	3

Po priamej otázke na význam argumentácie, zdôvodňovania a dôkazov vo vyučovaní sa však už väčšina respondentov vyjadrila, že argumentáciu považujú za dôležitú. Zmena nastala najmä v skupine, v ktorej najskôr všetci uviedli ako cieľ ich vyučovania iba príjemnú atmosféru na hodine. Zistili sme, že postoj väčšiny respondentov k argumentácii vo vyučovaní matematiky je kladný. Väčšina respondentov vnímala/deklarovala veľký význam argumentácie a dôkazov, no v rozhovore sa zamerali najmä na konkrétnu implementáciu do vyučovacieho procesu. Ako môžeme vidieť v tabuľke 3, odpovede smerovali k významu argumentácie v každodennom živote, či dôrazom na primeranosť argumentácie veku. Dôkazy sú respondentmi vnímané tiež ako spôsob zvyšovania „dôveryhodnosti tvrdení [podaných učiteľom]“ (V4 – D12), pričom táto odpoveď sa vyskytla ojedinele, no vo viacerých skupinách.

Tabuľka 3: Početnosti výskytu kódov v odpovediach respondentov jednotlivých skupín (V1 – V4) na otázku: Aký význam / akú úlohu majú argumentácia, zdôvodňovanie a dôkazy vo vašom vyučovaní matematiky

	V1	V2	V3	V4	Spolu
argumentácia primeraná veku	0	4	2	1	7
význam argumentácie do života	4	2	0	0	6
postupné budovanie argumentácie	0	2	2	0	4
zdôvodňovanie tvrdení učiteľa	0	2	1	1	4

Na tomto mieste by sme rady upriamili pozornosť na skupinu V4 (viď Tab. 3), v ktorej štyria z piatich respondentov jasne nepomenovali význam argumentácie a dôkazov vo vyučovaní. Uviedli, že na to nie je na vyučovaní priestor, prípadne sa na základných školách argumentácia „[ešte] veľmi nerozvíja“ (V4 - E08). Títo respondenti zároveň v priebehu interview uviedli, že dokazovanie počas svojich základnýchškolských, či dokonca ani stredoškolských, čias nezažili a nevedia si ich teda predstaviť vo svojom vyučovaní. Taktiež všetci uviedli v úvodných častiach interview, že na vysokej škole očakávali nižšiu úroveň matematiky, resp. sa im matematika na vysokoškolskom štúdiu zdala príliš abstraktná, náročná a vzdialená od toho, čo budú sami vyučovať. V už spomenutej otázke, čo je cieľom ich vyučovania, sa iba respondenti tejto skupiny vyjadrili spôsobom „ja by som veľmi chcel, aby tí žiaci rozumeli tomu, čo im vysvetľujem. Aby tam nebol nikto taký, ktorý bude úplne tápať a nebude vôbec vedieť, o čo sa jedná.“ (V4 – D05). Respondenti by chceli matematiku „podať takým spôsobom, aby som ich zaujala, že, že proste áno, dá sa

tomu rozumieť.“ (V4 – E04). Respondenti pritom nespomenuli, že by chceli žiakom dopomôcť k porozumeniu matematiky ako takej (viď Tab. 2). Posledným postrehom v tejto skupine je spôsob, akým respondenti argumentovali a dokazovali pri neskoršie zadanom probléme. Veľmi silné zastúpenie mala tzv. empirická argumentácia, bez riadneho zdôvodnenia (t.j. iba overenie platnosti pre niekoľko konkrétnych prípadov). Výnimkou v tejto skupine bola jedna osoba, ktorá síce tiež uviedla, že úroveň matematiky na VŠ sa jej zdala vysoká, no jedným dychom dodala, že si uvedomila, prečo je dobré mať nadhľad nad učivom, ktoré učí. Táto osoba tiež pozitívne vnímala význam argumentácie a zdôvodňovania vo vyučovaní: „Vidím [v odvodzovaní vzorcov] veľký význam, prečo treba zdôvodňovať, aby žiaci tomu lepšie porozumeli.“ (V4 – D13).

V priebehu interview respondenti riešili nasledujúcu úlohu: Keby ste chceli presvedčiť vašich žiakov, že súčet dvoch nepárnych čísel je párný, akými spôsobmi by ste to robili?

V odpovediach sme sa sústredili na dva rozmery, a to reprezentácie, ktoré by v tomto príklade využili (Tab. 4), a úroveň predloženej argumentácie (Tab. 5)

Tabuľka 4: Početnosti výskytu kódov pomenúvajúcich reprezentácie použité v argumentácií respondentov jednotlivých skupín (V1 – V4)

	V1	V2	V3	V4	Spolu
práca s fyzickými objektmi	0	1	3	3	7
grafický spôsob	1	1	2	1	5
algebraický spôsob	2	1	1	1	5
slovne alebo nešpecifikovali	1	3	2	1	7

Reprezentáciami obsiahnutými v odpovediach respondentov sú práca s fyzickými objektmi, grafický a algebraický spôsob reprezentácie, prípadne by použili iba slovný opis (viď Tab. 4). Respondenti zjavne kládli dôraz na názornosť, keďže mnohí spomenuli buď grafický spôsob alebo prácu s fyzickými objektmi.

V odpovediach sme identifikovali tri úrovne využitej argumentácie (viď Tab. 5). Veľká časť respondentov sa vo svojej odpovedi dostala k základnej myšlienke, že každé nepárne číslo môžeme rozložiť na párne číslo plus jedna, a pri sčítaní dvoch čísel tohto tvaru vytvoria dve jednotky ďalší pár. Niektorí respondenti by so žiakmi začali empiricky, skúšaním príkladov, a následne by prešli k všeobecnej myšlienke. Objavilo sa tiež čisto empirické dokazovanie (u 5 respondentov, pričom 3 sú zo spomínanej skupiny V4). Jeden respondent však uviedol empirický spôsob až ako vhodnú alternatívu pre mladších žiakov na druhom stupni základnej školy.

Tabuľka 5: Početnosti výskytu kódov pomenúvajúcich úroveň predloženej argumentácie v odpovediach respondentov jednotlivých skupín (V1 – V4)

	V1	V2	V3	V4	Spolu
riadne zdôvodnenie	2	2	3	0	7
čisto empirický spôsob	1	0	1	3	5
empirický spôsob s následnou úvahou	0	3	0	0	3

Zisťovali sme tiež, čo považujú respondenti za dôkaz. Niektorí upozorňovali na potrebu všeobecnej platnosti dôkazu: „čo ak sa to niekde v nekonečne pokazí“ (V3 – P72). Vo viacerých prípadoch však respondenti rozlišovali medzi dôkazmi, ktoré zažili na vysokej škole, a dôkazmi, ktoré by uznali žiakom základnej či strednej školy. Validita dôkazu je podľa nich podmienená vekom, resp. ročníkom v ktorom sa žiak nachádza.

Respondentov sme sa pýtali tiež na to, ako by sa pripravovali na vyučovaciu hodinu a ktoré prvky ich prípravy sú podľa nich nevyhnutné. V tejto časti sme identifikovali nasledujúce kódy (viď Tab. 6).

Tabuľka 6: Početnosti výskytu kódov pomenúvajúcich prípravu na vyučovanie respondentov jednotlivých skupín (V1 – V4)

	V1	V2	V3	V4	Spolu
určenie cieľu hodiny	1	3	3	5	12
matematický obsah	1	2	4	4	11
didaktický obsah	1	3	1	5	10
časové rozvrhnutie	2	0	3	0	5
kontext v rámci tematického celku	2	2	0	0	4

Veľká časť odpovedí ohľadom matematického obsahu sa týkala vyhľadávania či prípravy príkladov, resp. úloh. Respondenti teda považovali prípravu obsahovej stránky učiva za dôležitú. Len zriedka sa však vyjadrili k príprave výkladu, nepadli výrazy ako definície, pojmy a podobne. Odpovede týkajúce sa kódu didaktický obsah boli zamerané na využitie vhodnej metódy, či plánovania postupnosti krokov prípravy. V odpovediach sa nevyskytoval dôraz na premyslenie spôsobu vysvetlenia či zdôvodnenia. Dvaja respondenti však uviedli, že by pri príprave premýšľali nad možnými otázkami žiakov.

Iba v dvoch skupinách respondenti uviedli, že pri príprave budú plánovať, koľko času venovať jednotlivým častiam hodiny (časové rozvrhnutie). Tiež by sme chceli upriamiť pozornosť na to, že väčšina respondentov pri plánovaní hodiny využije aj písomnú prípravu. Majú v pláne si „*nepripravovať veľa listov*“ (V3 – N17), spísať si iba „*nejaké body*“ (V2 – C12), „*nejaký ten príbeh [...] ako za radom postupovať*“ (V2 – B19) no chceli by si prípravu spísať. Taktiež len v dvoch skupinách bolo spomenuté prepojenie prípravy s minulými hodinami alebo nadviazanie na vstupné vedomosti žiakov (kontext v rámci tematického celku). Nevyskytol sa pritom pojem opakovanie.

Záver

Na základe výsledkov interview sme vyhodnotili, že respondenti sa zamýšľajú nad tým, ako by mohli žiakom predostrieť matematiku v dobrom svetle. Zväčša si uvedomujú dôležitosť a význam argumentácie, zdôvodňovania a dôkazov vo vyučovaní matematiky. Potvrdili sa tak naše pozitívne očakávania. Zároveň však treba dodať, že tento názor nezdieľajú všetci, a niektorí majú ťažkosti predstaviť si implementáciu v praxi.

Z interview vyplýva, že študenti si vyberajú učiteľský smer zo svojho presvedčenia. Priamo pozitívne vnímanie ich štúdia a pozitívny postoj k zvolenému odboru vyjadrilo tak 9 zo 17 respondentov.

Za obzvlášť zaujímavé považujeme názory respondentov skupiny V4. Ich odpovede naznačujú zistenia hodné ďalšieho skúmania. Domnievame sa, že študenti, ktorí ako žiaci nezažili na hodinách argumentáciu, zdôvodňovanie a dôkazy

- 1) môžu mať aj počas vysokoškolského štúdia problémy riadne argumentovať;
- 2) nevedia, ako zaradiť argumentáciu do svojho vyučovania matematiky.

Opísaná časť interview je súčasťou väčšieho projektu, v rámci ktorého je v pláne ďalšia práca s danými respondentmi. V neposlednom rade treba poznamenať, že ide o pilotný ročník slúžiaci na overenie použitých nástrojov a získanie vstupných informácií pre ďalšie skúmanie a hlavný zber dát začne v zimnom semestri akademického roka 2022/23.

PodĎakovanie:

Naše poĎakovanie patrí Tünde Kiss, Lenke Vráblovej a Michaele Zatrochovej, ktoré sa podieľali na zbere a analýze dát pilotného testovania.

Tento príspevok vznikol v rámci projektu Horizon 2020, č. 951822, MaTeK (projectmatek.eu)

LITERATÚRA

- [1] Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. Proof constructions and evaluations. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 2009, 237–253. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9191-3>
- [2] Creswell, J. W. *30 Essential Skills for the Qualitative Researcher*. SAGE Publication inc. 2015

Mgr. Katarína Jánošková, doc. PaedDr. Mária Slavíčková, PhD.
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského v Bratislave
Mlynská dolina
SK – 842 48 Bratislava
e-mail: katarina.janoskova@fmph.uniba.sk, slavickova@fmph.uniba.sk